## Om at differentiere funktioner

I dette lille tillæg skal vi kigge på regler for, hvordan man differentierer funktioner i hånden. Der er desuden en række opgaver til at øve sig på.

|  |
| --- |
| **Regneregler for differentiation** |
| (1)  (2)  (3)  (4)  (5) |

Samt følgende tabel over differentialkvotienter for elementære funktioner:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

#### Eksempel 1

Vi skal differentiere funktionen .

*Løsning*: Vi vil bruge reglen for, hvordan man differentierer et produkt af to funktioner. Det er oplagt, at vi lader den ene funktion være  og den anden . Lidt under­for­stået sagt med ord skal vi ifølge regel (3) differentiere den første funktion og lade den anden stå og derefter lade den første funktion stå og differentiere den anden:



Bemærk at vi allerede efter andet lighedstegn i princippet er færdig med at dif­fe­ren­tie­re. De sidste to ulighedstegn går blot ud på at *omskrive* resultatet til noget kønnere!

#### Eksempel 2

Vi skal differentiere funktionen .

*Løsning*: Vi bruger her regel (5), der udtaler sig om, hvordan man differentierer en *sam­men­sat* funktion. Løst sagt så differentierer man den ydre funktion og indsætter den indre funktion samt ganger med den indre funktion differentieret. Den *ydre funktion* er , mens den *indre funktion* er .

Den ydre funktion differentieret:  og med den indre funktion indsat: .

Den indre funktion differentieret: .

I alt fås: 

Læg mærke til, at de sidste to lighedstegn kun er omskrivninger af differen­tial­kvo­tien­ten, som sker for at reducere den færdige differentialkvotient.

#### Eksempel 3

Vi skal differentiere funktionen .

*Løsning*: Vi kunne i princippet benytte produktreglen for differentiation, men i dette tilfælde har vi at gøre med et tilfælde, hvor det er mest fornuftigt at *omskrive funktionen før differentiation*. . Herefter fås:



## Opgaver

#### Opgave 1

Differentier nedenstående funktioner.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | f) |
| g) | h) | (i) |

#### Opgave 2

Benyt produktreglen for differentiation (3) til at differentiere følgende funktioner:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | f) |

#### Opgave 3

Benyt reglen for differentiation af sammensat funktion (5) til at differentiere følgende funk­tioner, idet du først afgør, hvad der er den indre funktion og hvad, der er den ydre funktion:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | f) |

#### Opgave 4

Blandede opgaver. Bestem differentialkvotienterne til nedenstående funktioner.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | f) |
| g) | h) | (i) |